



Tema 3. Introducción a los circuitos eléctricos.



- **Objetivo:** El alumno analizará el comportamiento de circuitos eléctricos resistivos, en particular, calculará las transformaciones de energías asociadas y obtendrá el modelo matemático que relaciona las variables involucradas.



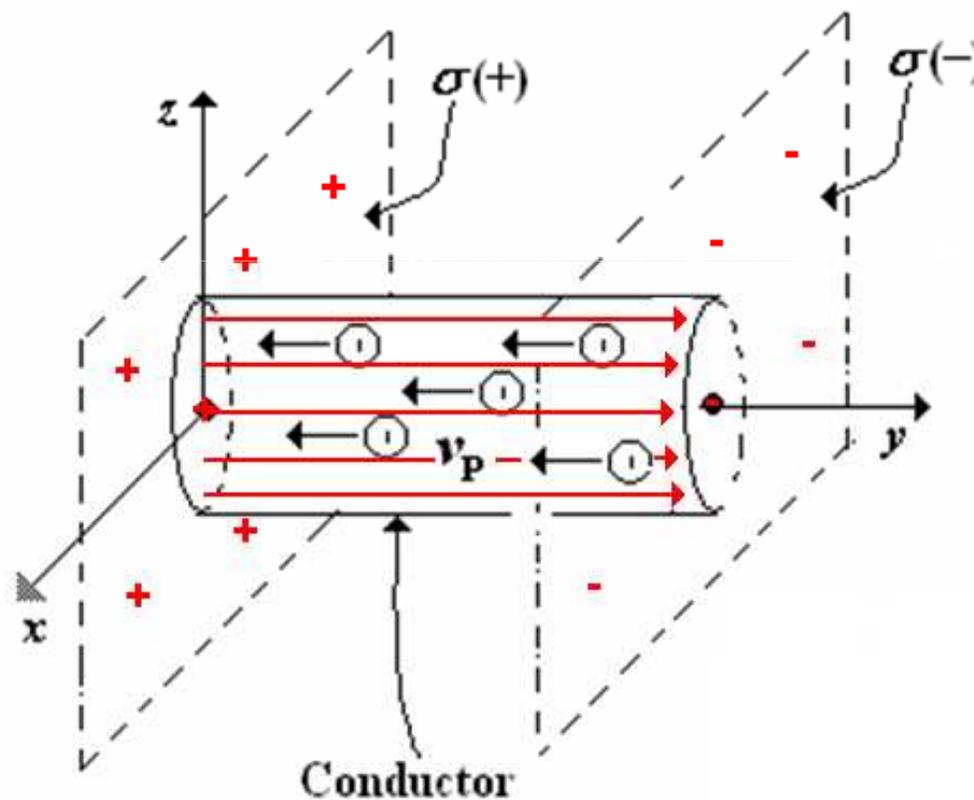
Tema 3.

- **3.1 Conceptos y definiciones de: corriente eléctrica, velocidad media de los portadores de carga libre y densidad de corriente eléctrica.**



Corriente eléctrica

La existencia de un campo eléctrico en el interior de un conductor provoca el movimiento de los portadores de carga libre de éste.



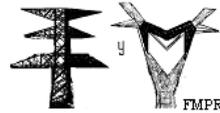


Corriente eléctrica

En general, dichos portadores se pueden mover bajo la acción de un campo eléctrico no uniforme, en el espacio tridimensional, y la fuerza eléctrica que actúa sobre cada portador es

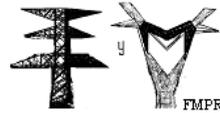
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

donde q es la carga de cada portador y \vec{E} es el campo eléctrico que actúa sobre dicho portador.



Corriente eléctrica

De acuerdo con las Leyes de Newton la fuerza debería producir una aceleración a cada partícula, sin embargo, esto solo ocurre si los electrones se desplazaran en el vacío.



Corriente eléctrica

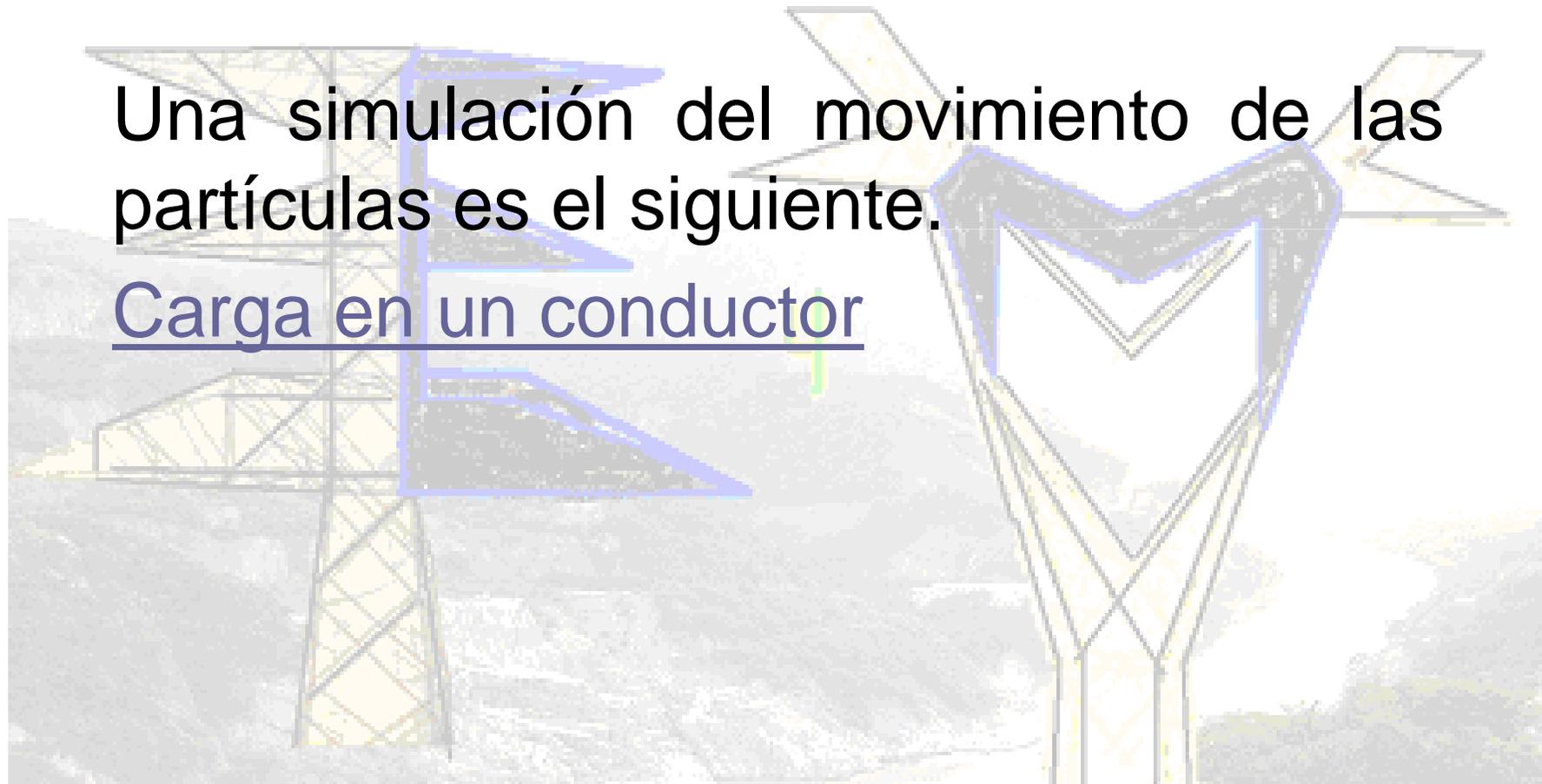
En el conductor los portadores se ven influenciados por efectos térmicos asociados con la energía interna lo cual produce que el movimiento de las partículas no sea uniforme debido a que chocan constantemente con la estructura del metal debido a dicha agitación térmica.

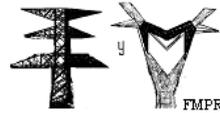


Corriente eléctrica

Una simulación del movimiento de las partículas es el siguiente.

Carga en un conductor





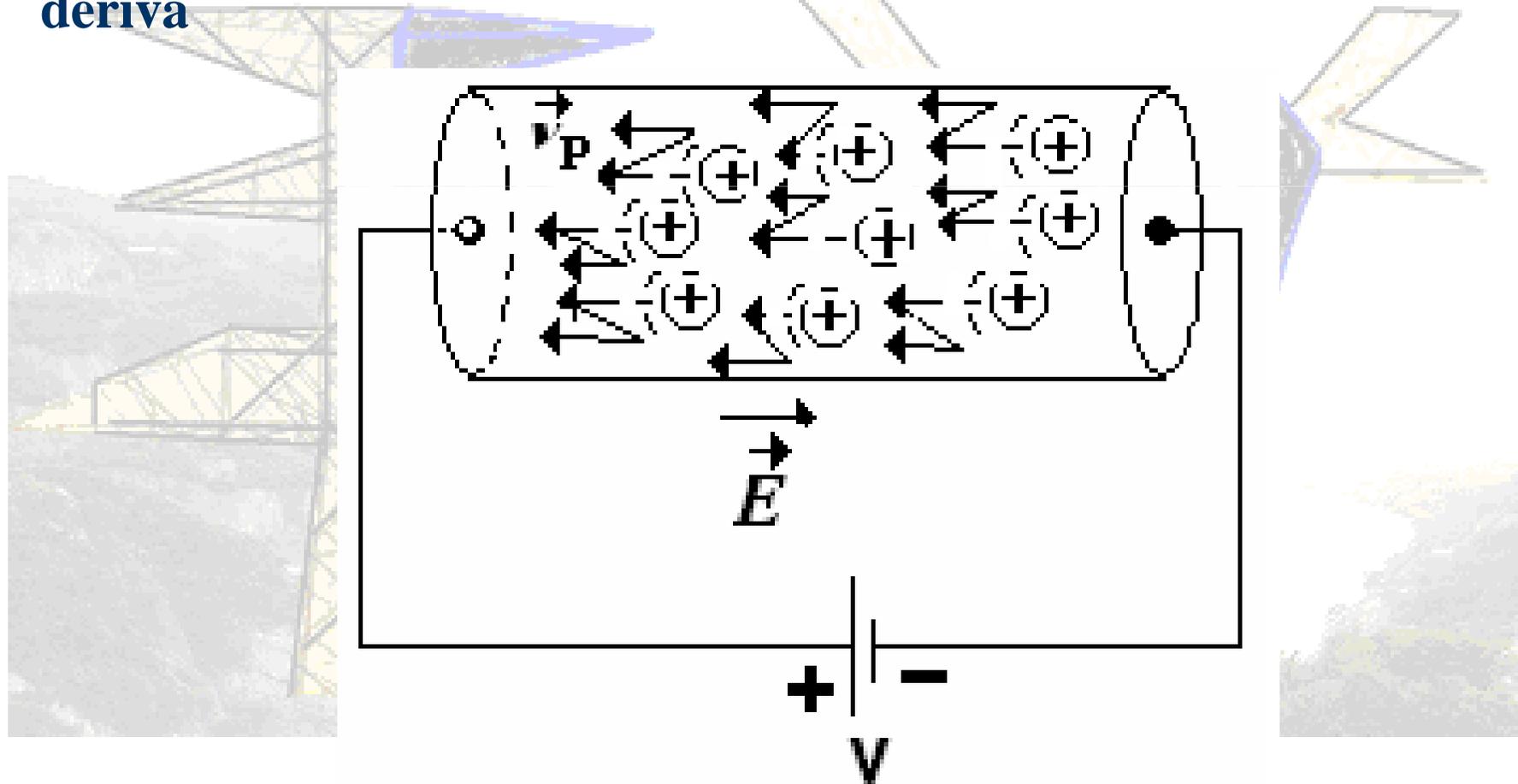
Corriente eléctrica

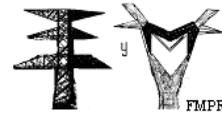
Es posible considerar que el campo eléctrico aplicado desplaza a los electrones con una velocidad promedio constante, ésta es un promedio de la velocidad con la cual se mueven las partículas cargadas en la línea de acción del campo eléctrico aplicado, y para sustancias homogéneas es directamente proporcional a dicho campo



Corriente eléctrica

Velocidad promedio de los electrones V_p o velocidad de deriva





Corriente eléctrica

Es decir $\vec{v}_p \propto \vec{E}$. La relación anterior se puede expresar como una igualdad, introduciendo una constante de proporcionalidad denominada, movilidad de los portadores de carga libre, que es característico para cada sustancia.

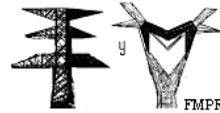
Por lo tanto $\vec{v}_p = \mu \cdot \vec{E}$ (1)

$$\mu \left[\frac{C \cdot m}{N \cdot s} \right]$$



Corriente eléctrica

Los electrones que son los portadores de carga libre en los metales se ven atraídos por la placa positiva de la fuente, dejando la orbita de valencia de un átomo vacía.



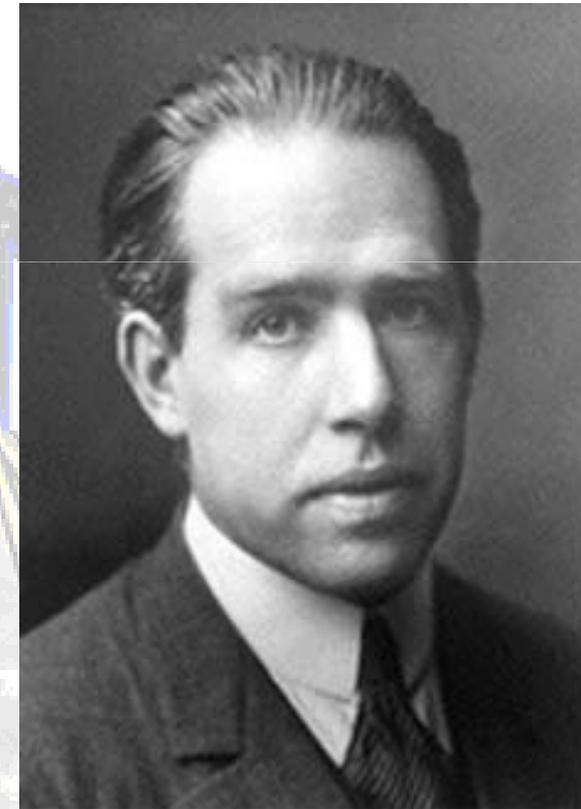
Corriente eléctrica

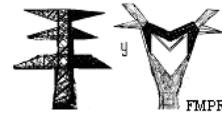
Este movimiento de electrones se denomina corriente eléctrica real porque efectivamente lo que se mueve en los metales son los electrones, sin embargo este hecho se conoce en 1913 cuando Bohr reveló su visión del átomo y propone el modelo del átomo semejante a un sistema solar en miniatura.



Corriente eléctrica

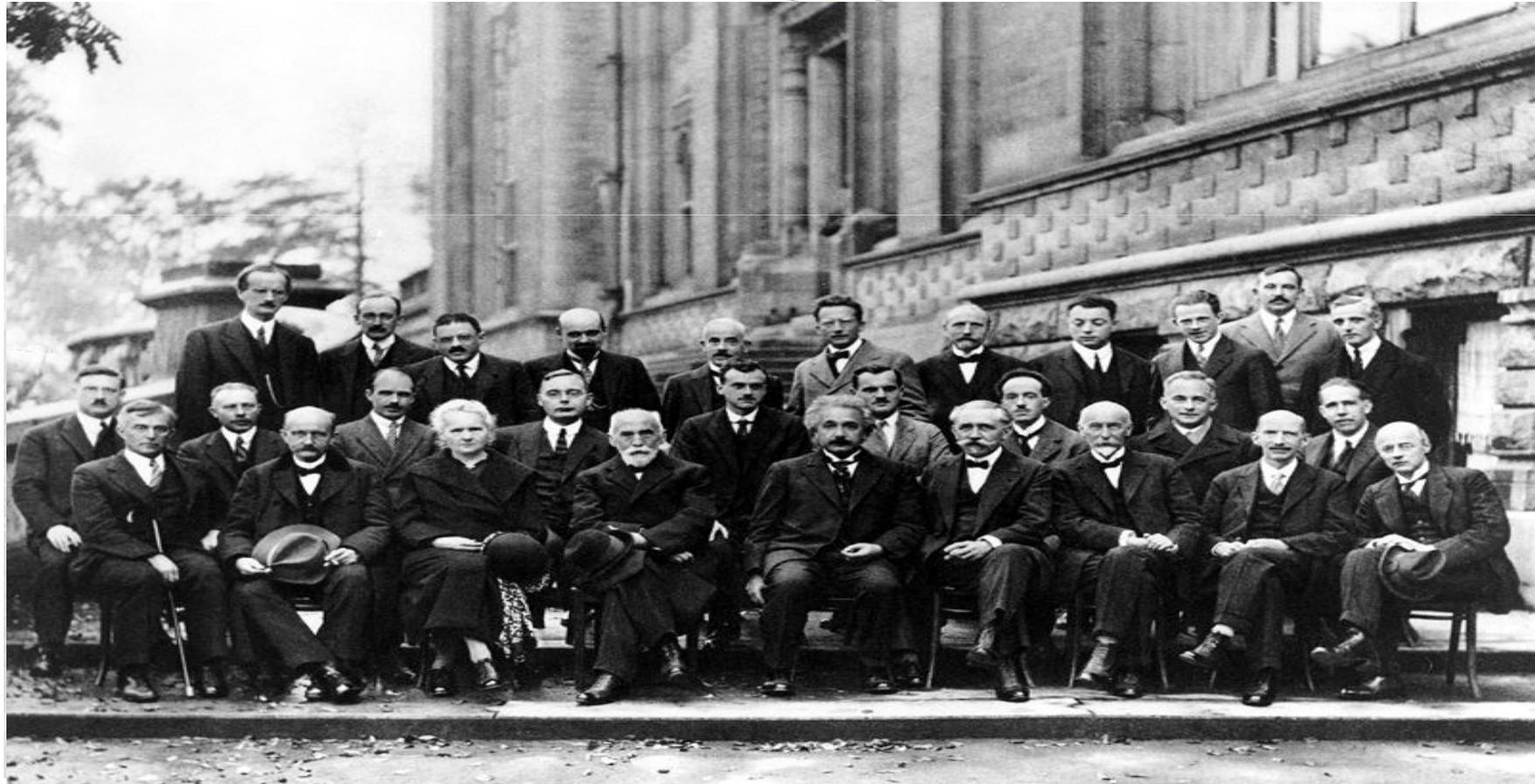
Niels Henrik David Bohr
(Copenhague,
Dinamarca, 7 de octubre
de 1885 - Copenhague,
Dinamarca, 18 de
noviembre de 1962) fue
un físico danés que
realizó importantes
contribuciones para la
comprensión de la
estructura del átomo y la
mecánica cuántica.

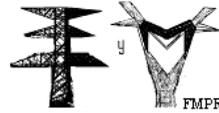




Corriente eléctrica

Conferencia Solvay 1927.





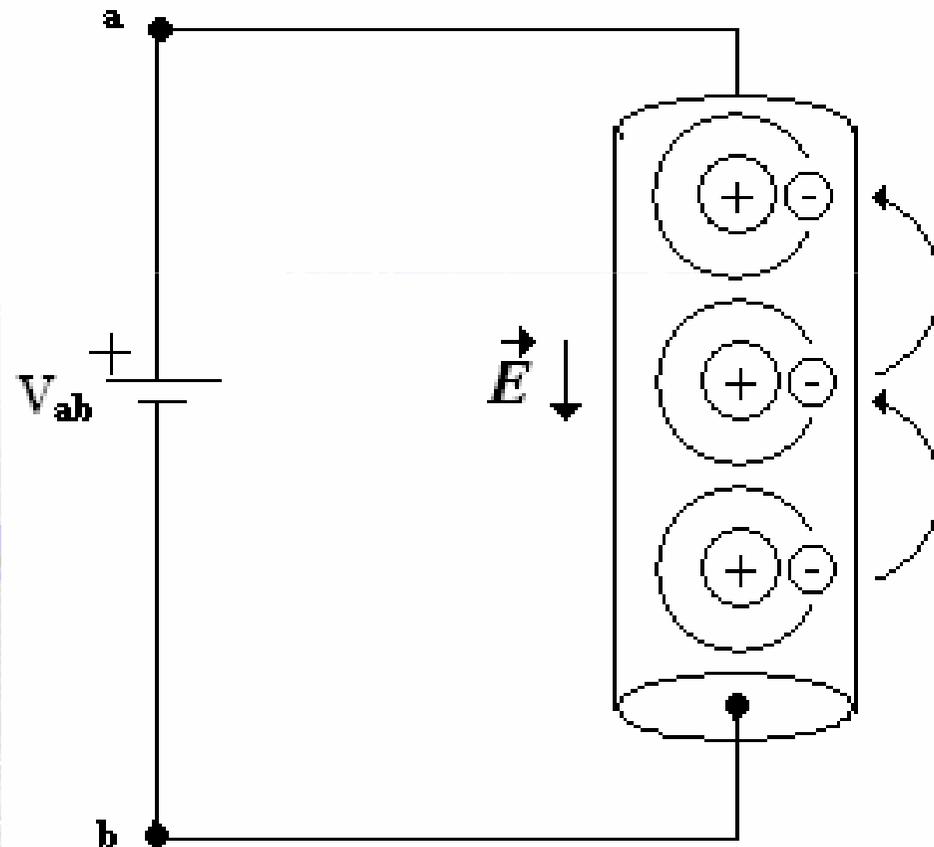
Corriente eléctrica

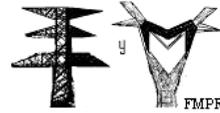
Pero todo el fundamento de la electricidad ya se conocía desde el siglo XIX pero al no conocer la estructura del átomo supusieron que lo que se movía eran cargas positivas y este movimiento de cargas se le conoce como corriente convencional. Que dicho sea de paso es la corriente que seguimos utilizando en la actualidad.



Corriente eléctrica

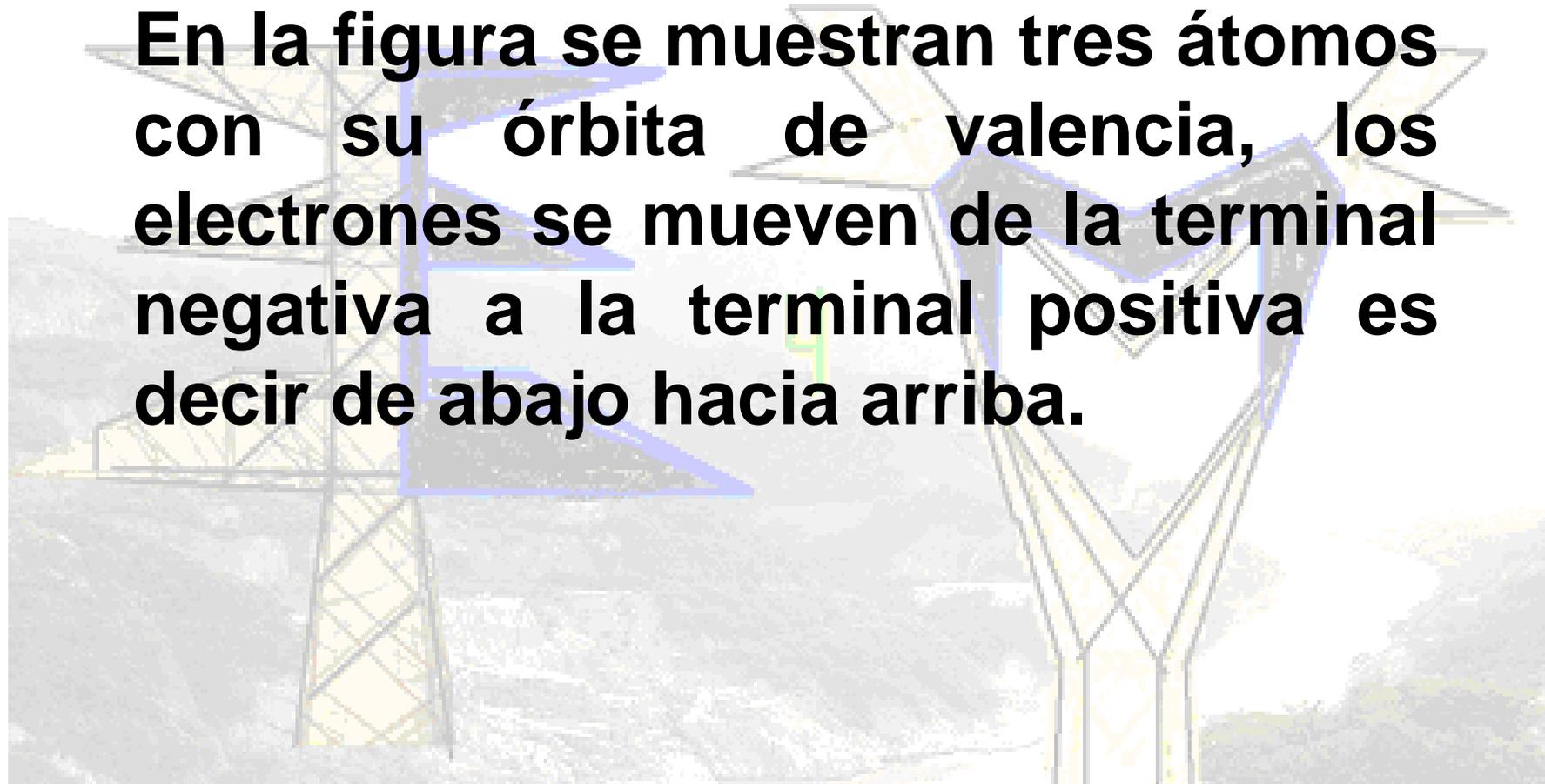
Una manera sencilla de entender este movimiento de cargas positivas es la siguiente:

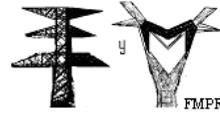




Corriente eléctrica

En la figura se muestran tres átomos con su órbita de valencia, los electrones se mueven de la terminal negativa a la terminal positiva es decir de abajo hacia arriba.





Corriente eléctrica

Podemos pensar que al momento que el electrón superior entra en la terminal positiva se queda una órbita vacía la cual atrae al electrón que está debajo de éste átomo, el cual se queda con su órbita vacía y atrae al último electrón quedando el átomo con su órbita vacía. Lo que se observa es que al momento que los electrones se desplazan hacia arriba los “huecos” u órbitas vacías se desplazan hacia abajo.



Corriente eléctrica

Recordando que la cantidad de carga neta que cruza una superficie por unidad de tiempo es:

$$\phi = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} [A] \quad (a)$$

Donde: \vec{J} es la densidad de corriente en $[A/m^2]$ y se define como:

$$\vec{J} = \rho_L \vec{V}_p \left[\frac{A}{m^2} \right]$$



Corriente eléctrica



Donde: ρ_L es la densidad de portadores de carga por unidad de volumen en $[C/m^3]$ y se define como el número de portadores por unidad de volumen en el material por la carga de cada uno de ellos

$$\rho_L = nq \left[\frac{C}{m^3} \right]$$



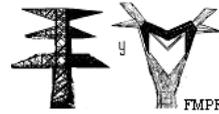
Corriente eléctrica



Por lo tanto:

$$\vec{J} = nq\vec{V}_p \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

A su vez el número de portadores por unidad de volumen en el material, n , se define como:



Corriente eléctrica

$$n = (1) \rho \frac{N_0}{M} \left[\frac{\text{átomos}}{m^3} \right]$$

donde:

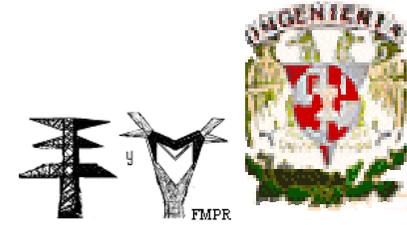
ρ es la densidad del material [kg/m³]

**No es el número de Avogadro=6.023x10²³
[átomos/mol]**

M es la masa atómica [kg/mol]



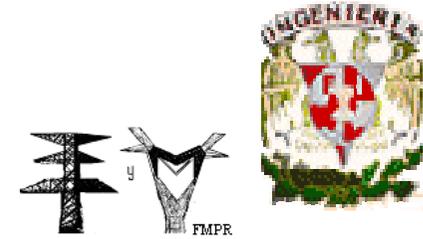
Corriente eléctrica



La densidad de corriente es una cantidad vectorial cuya dirección es la dirección de la velocidad promedio cuando los portadores de carga son positivos y es contraria cuando los portadores de carga son negativos.



Corriente eléctrica

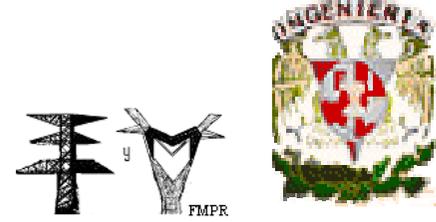


Por otro lado cuando evaluamos el flujo del campo vectorial a través de una superficie cualquiera, obtendremos la carga neta que cruza en la unidad de tiempo la superficie escogida. En general, si esta cantidad de carga varía en cada instante, se cumple:

$$\phi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \left[\frac{C}{s} = A \right] \quad (b)$$



Corriente eléctrica



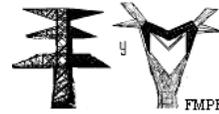
Por lo tanto, comparando las ecuaciones (a) y (b) se tiene:

$$\phi = \iint \vec{J} \cdot d\vec{A} = \frac{dq}{dt} [A]$$

Históricamente la magnitud escalar ϕ

se conoce como la corriente eléctrica y se representa con la letra

$$i = \phi [A]$$



Corriente eléctrica

Por lo tanto la expresión para obtener la corriente eléctrica es

$$i = \iint nq\vec{v}_P \cdot d\vec{A} = nq \iint \vec{v}_P \cdot dA$$

En el caso en que \vec{v}_P no varíe a través de la superficie considerada la ecuación anterior se reduce a

$$i = nqv_P \cdot A \cdot \cos \theta$$



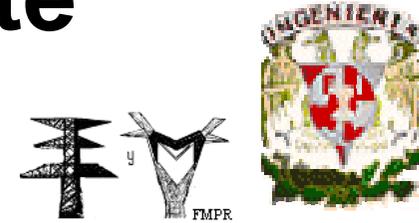
Corriente eléctrica

donde θ es el ángulo que forma la velocidad promedio con el vector de área A .

Cuando la corriente eléctrica a través de una superficie es un *ampere* [A], se debe entender que a través de dicha superficie cruza un *coulomb* de carga neta cada segundo.



Ejercicio de corriente eléctrica



Determine la velocidad promedio en [mm/min] de los electrones libres de un conductor de cobre de área de sección transversal $a = 1$ [mm²] (calibre 17), por el cual circula una corriente eléctrica $i = 1$ [A]. Considere un electrón libre por cada átomo de cobre, por lo que:

$$n = (1)\rho \frac{N_0}{M}$$

Donde:

ρ = densidad del cobre = 8.9 [g/cm³]

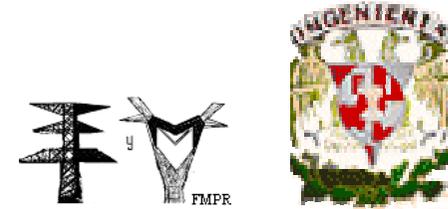
N_0 = número de Avogadro

= 6.023 × 10²³ [átomos/mol]

M = masa atómica = 63.54 [g/mol].



Respuesta



- $V_p=4.45[\text{mm}/\text{min}]$
- **Calibres de alambres en AWG** (*American Wire Gauge*)
- http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Calibre_de_alambre_estadounidense





Ejercicio de corriente eléctrica



- Si el alambre de cobre tiene un radio $r=0.815$ [mm], ¿cuál es la velocidad de desplazamiento de los electrones en [mm/s]?

4

$$V_p = 3.54 \times 10^{-2} \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}} \right]$$



Ley de Ohm.

Para materiales sólido homogéneos, se pueden relacionar las expresiones (1) y (2).

$$\vec{v}_p = \mu \vec{E} \left[\frac{m}{s} \right] \quad (1)$$

$$\vec{J} = nq\vec{v}_p \left[\frac{A}{m^2} \right] \quad (2)$$



Ley de Ohm.

Sustituyendo la ecuación (1) en la (2)

$$\vec{J} = n \cdot q \cdot \mu \cdot \vec{E}$$

para los metales la cantidad $n \cdot q \cdot \mu$ es una constante llamada conductividad y es representada por la letra griega σ , es decir:

$$\sigma = n \cdot q \cdot \mu \left[\frac{1}{m^3} C \frac{C \cdot m}{N \cdot s} = \frac{A}{V \cdot m} \right]$$

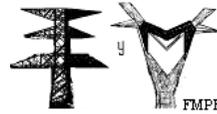


Ley de Ohm.

por lo tanto:

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

Ecuación conocida como expresión vectorial de la ley de Ohm, en honor del físico alemán George Simon Ohm (1789-1854).



Ley de Ohm.

Algunas veces se usa el recíproco de la conductividad σ , al que se le conoce como resistividad y se representa con la letra ρ , entonces

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{V \cdot m}{A} \right]$$

Metal	Resistividad ρ a 20 [°C] [$\Omega \cdot m$] x $10^{(-8)}$
Plata (Ag)	1.63
Cobre (Cu)	1.72
Oro (Au)	2.22
Aluminio (Al)	2.83
Tungsteno (W)	5.5
Níquel (Ni)	7.7
Hierro (Fe)	9.8



Ley de Ohm.

la expresión vectorial de la ley de Ohm se escribe en forma equivalente como

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \left[\frac{V}{m} \right]$$

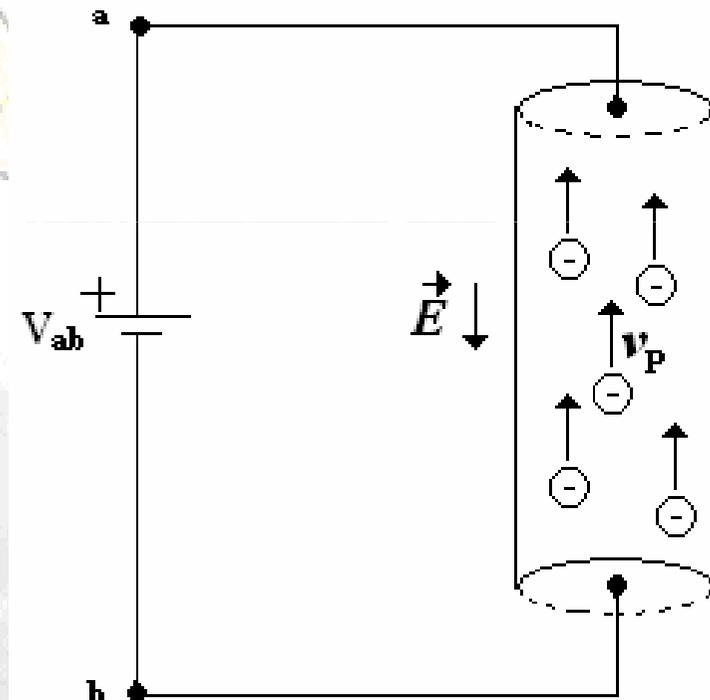
Problema 1. Serie 3.





Ley de Ohm.

Quando se conectan las terminales de un alambre conductor a una diferencia de potencial, como se muestra en la figura, se producen en el interior de éste un campo eléctrico, y la existencia del campo provoca a su vez una corriente eléctrica a través de cualquier sección transversal del alambre.





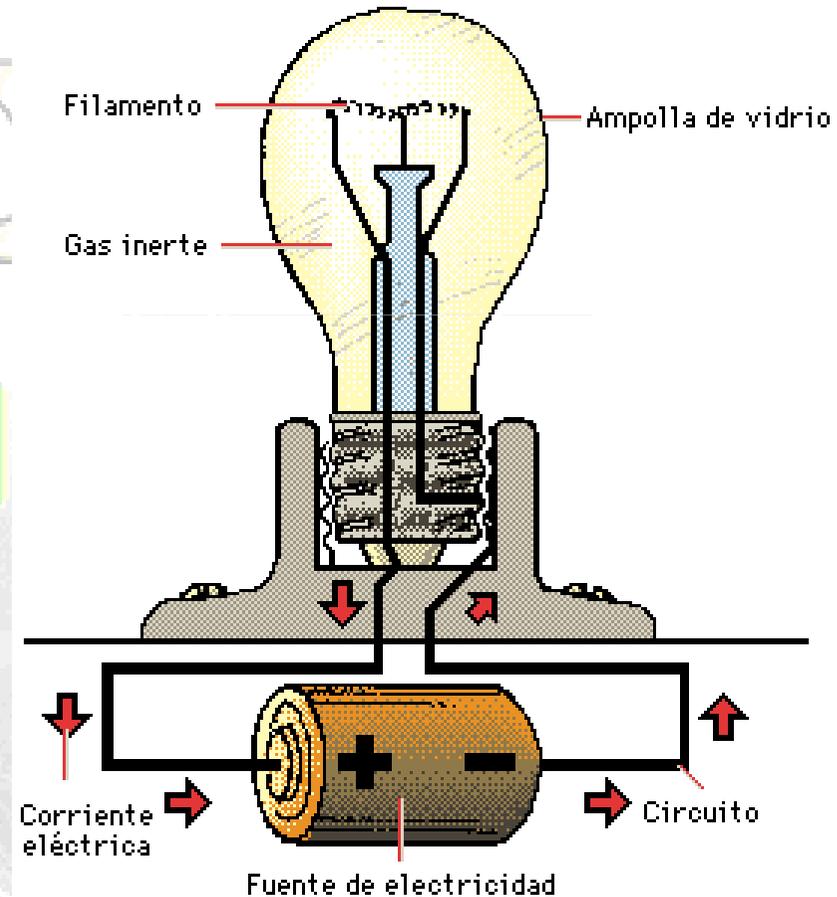
Ley de Ohm.

Lo anterior describe una situación no estática, ya que se tiene un flujo constante de carga de una terminal a otra, mientras se tenga aplicada la diferencia de potencial V_{ab} . La razón es que esta última mantiene un campo eléctrico, en el interior del alambre conductor.



Ley de Ohm.

En este caso los portadores de carga libre son electrones que se mueven a lo largo del alambre de la terminal negativa hacia la terminal positiva.





Ley de Ohm.

Si el área de la sección transversal es constante y el conductor es homogéneo, la relación entre la corriente y la densidad de corriente se expresa como: $i = JA$

y recordando que el campo y la diferencia de potencial se relacionan por medio de la expresión:

$$E = \frac{V_{ab}}{L}$$



Ley de Ohm.

Sustituyendo estas dos últimas expresiones en

$$E = \rho J;$$

Se obtiene

$$\frac{V_{ab}}{L} = \rho \frac{i}{A}$$

Y por lo tanto

$$V_{ab} = \rho \frac{L \cdot i}{A} [V]$$



Ley de Ohm.

Se denomina la resistencia eléctrica al factor

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} \left(\frac{V \cdot m}{A} \cdot \frac{m}{m^2} = \frac{V}{A} = \Omega \right)$$

Cuya unidades en el SI son los ohm. Por lo tanto la ley de ohm en forma escalar se expresa como:

$$V = R \cdot I \quad \text{Incluyendo sus unidades} \quad V[V] = R[\Omega] \cdot I[A]$$



Ley de Ohm.

Cuando a un metal se le aplica una diferencia de potencial de un volt circula un ampere de corriente si su resistencia eléctrica es de un ohm.

Por ejemplo, en el laboratorio se midió la resistencia del cable caimán - caimán que nos sirve para realizar interconexiones y fue de 0.3[ohm].

[Ley de ohm](#)



Ley de Ohm.

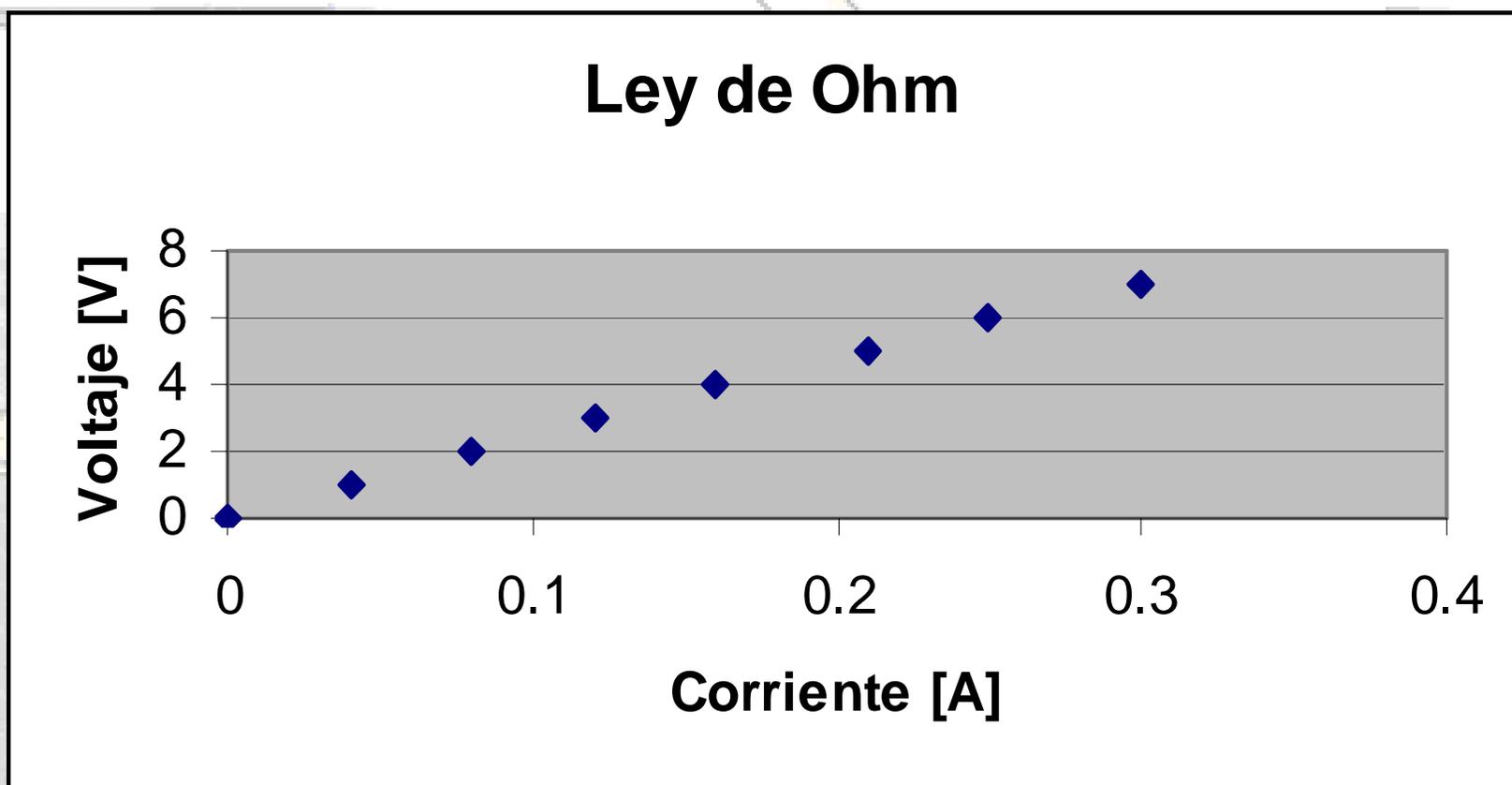
También en el laboratorio se realiza un experimento donde se aplica una corriente de cierto valor a un resistor y se mide el voltaje en los extremos. Se repite la operación con distintos valores y el resultado se muestra en la siguiente tabla.

I(A)	V(V)
0	0
0.04	1
0.08	2
0.12	3
0.16	4
0.20	5
0.25	6
0.30	7



Ley de Ohm.

Al realizar la gráfica se obtiene:





Ley de Ohm.

- El modelo matemático es:

$$V=(23.43I+0.1)[V]$$

- Se observa que la ordenada al origen es despreciable y que la pendiente tiene un valor $m=23.43$ [V/I] que representa a la resistencia.
- La manera de verificar si el valor de la resistencia es correcto es midiendo el resistor con un ohmómetro o determinando el valor por medio del código de colores.



Ley de Ohm.

Un resistor es el elemento físico que posee la propiedad eléctrica denominada resistencia.

Los resistores son fabricados en una gran variedad de formas y tamaños. En los más grandes, el valor de la resistencia se imprime directamente en el cuerpo de la resistencia, pero en las más pequeñas no se puede hacer.



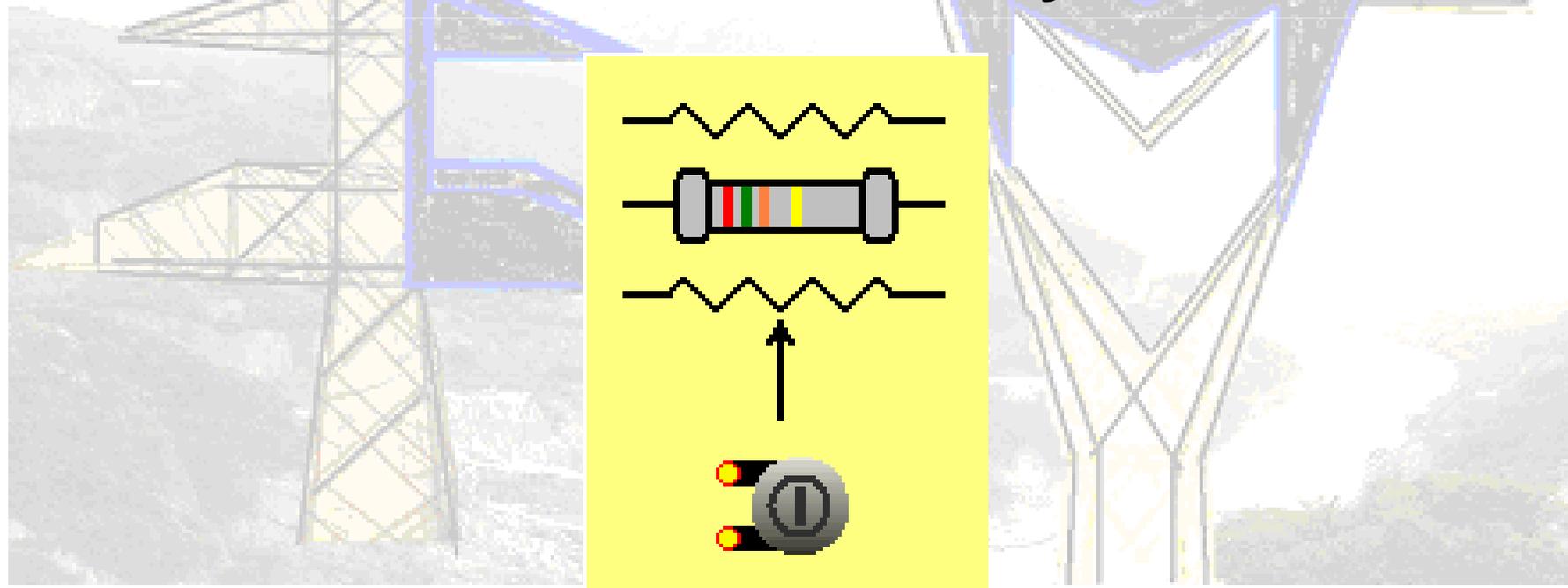
Ley de Ohm.

Sobre estas resistencias se pintan unas bandas de colores. Cada color representa un número que se utiliza para obtener el valor final de la resistencia. Las dos primeras bandas indican las dos primeras cifras del valor de la resistencia, la tercera banda indica cuantos ceros hay que aumentarle al valor anterior para obtener el valor final de la resistencia. La cuarta banda nos indica la tolerancia.



Ley de Ohm.

El símbolo del resistor fijo se muestra en la parte superior y en la parte inferior se muestra el resistor variable y su símbolo.





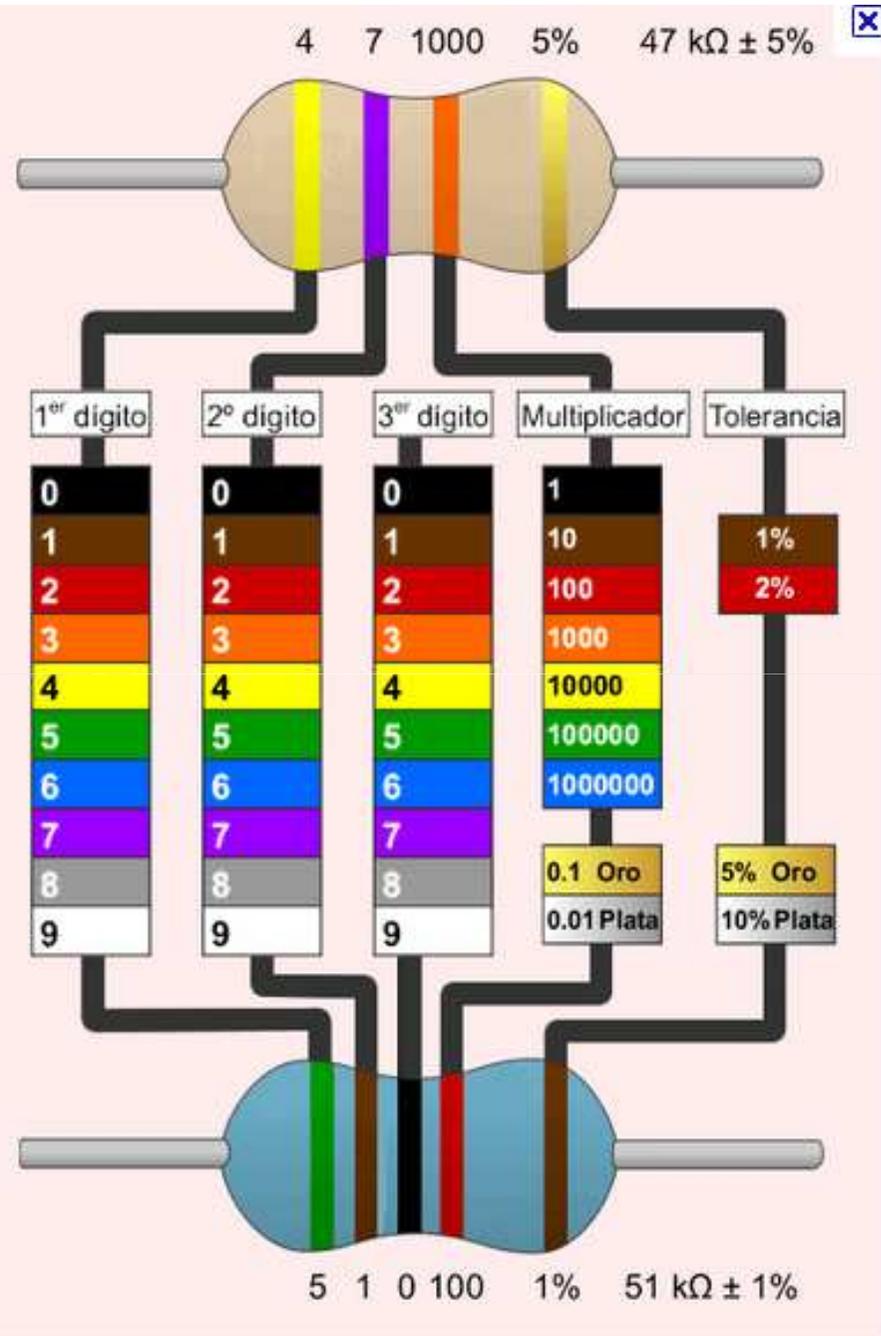
Ley de Ohm.

Código de colores.

<http://www1.freewebs.com/hen85/electronica>

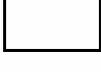
<http://www.pagaelpato.com/tecno/resistencias/resistencia.htm>





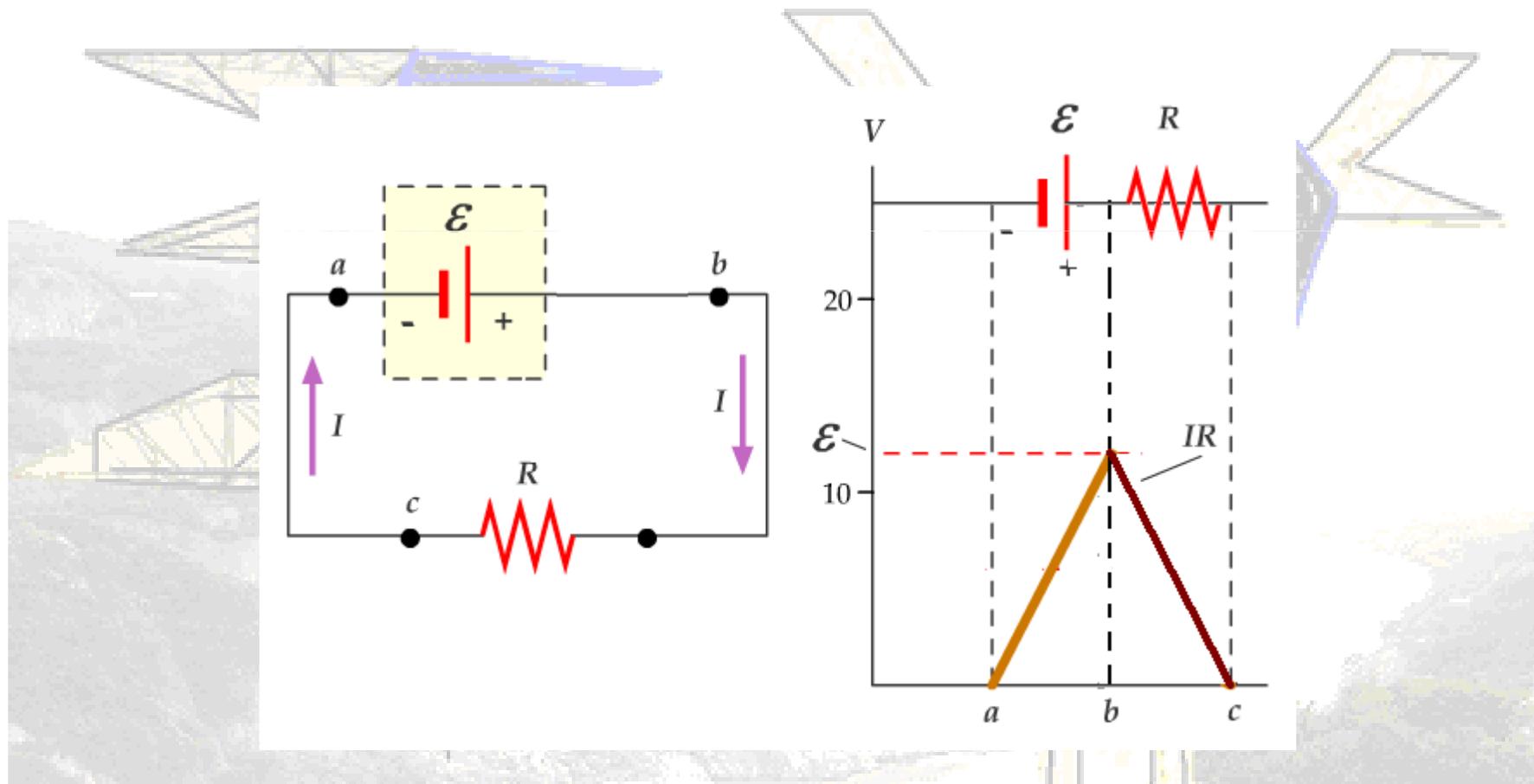


Ley de Ohm.

	Color	1° y 2° dígitos	multiplicador	tolerancia
	Negro	0	1 ($\times 10^0$)	oro (5%)
	Café	1	10 ($\times 10^1$)	plata (10%)
	Rojo	2	100 ($\times 10^2$)	sin color (20%)
	Naranja	3	1000 ($\times 10^3$)	
	Amarillo	4	10000 ($\times 10^4$)	
	Verde	5	100000 ($\times 10^5$)	
	Azul	6	1000000 ($\times 10^6$)	
	Violeta	7	10000000 ($\times 10^7$)	
	Gris	8	100000000 ($\times 10^8$)	
	Blanco	9	1000000000 ($\times 10^9$)	



Ley de Ohm.





Ley de Joule.

Los electrones libres de los sólidos, al desplazarse por efecto del campo eléctrico aplicado, ganan energía cinética, que es transmitida a la estructura del material al chocar éstos con ella. Este intercambio de energía entre los electrones, acelerados por el campo eléctrico y los átomos que la reciben por choque, da por resultado un incremento de la temperatura del material.



Ley de Joule.

El estado estable se obtiene cuando el material transfiere a su ambiente una cantidad de energía en forma de calor por segundo, igual a la energía eléctrica que recibe, manteniéndose así la temperatura constante.



Ley de Joule.

De la definición de potencial eléctrico

$$V = \frac{U}{q} = \frac{dU}{dq}$$

$$dU = V \cdot dq = R \cdot i \cdot dq$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{R \cdot i \cdot dq}{dt} = R \cdot i^2 \text{ [W]}$$



Ley de Joule.

La última expresión es conocida como “ley de Joule” en honor al físico inglés James Prescott Joule (1818-1889) y representa la energía eléctrica que se transforma en calor por segundo en un dispositivo de resistencia R , por el cual circula una corriente i .



James Prescott Joule



Potencia eléctrica.

En un resistor toda la energía eléctrica que recibe en un segundo y se transforma en calor se denomina potencia eléctrica y se representa por la letra P, entonces:

$$P = \frac{dU}{dt} = R \cdot i^2 = V \cdot i = \frac{V^2}{R} \quad [\text{W}]$$



Potencia eléctrica.

La potencia en los resistores se indica por el tamaño de los mismos. En la figura se muestran resistores de $1/4$ [W].



Resistores



Potencia eléctrica.



Los de $\frac{1}{2}$ [W] son más grandes y así sucesivamente.



Resistores





Efecto de la variación de la temperatura en las resistencias



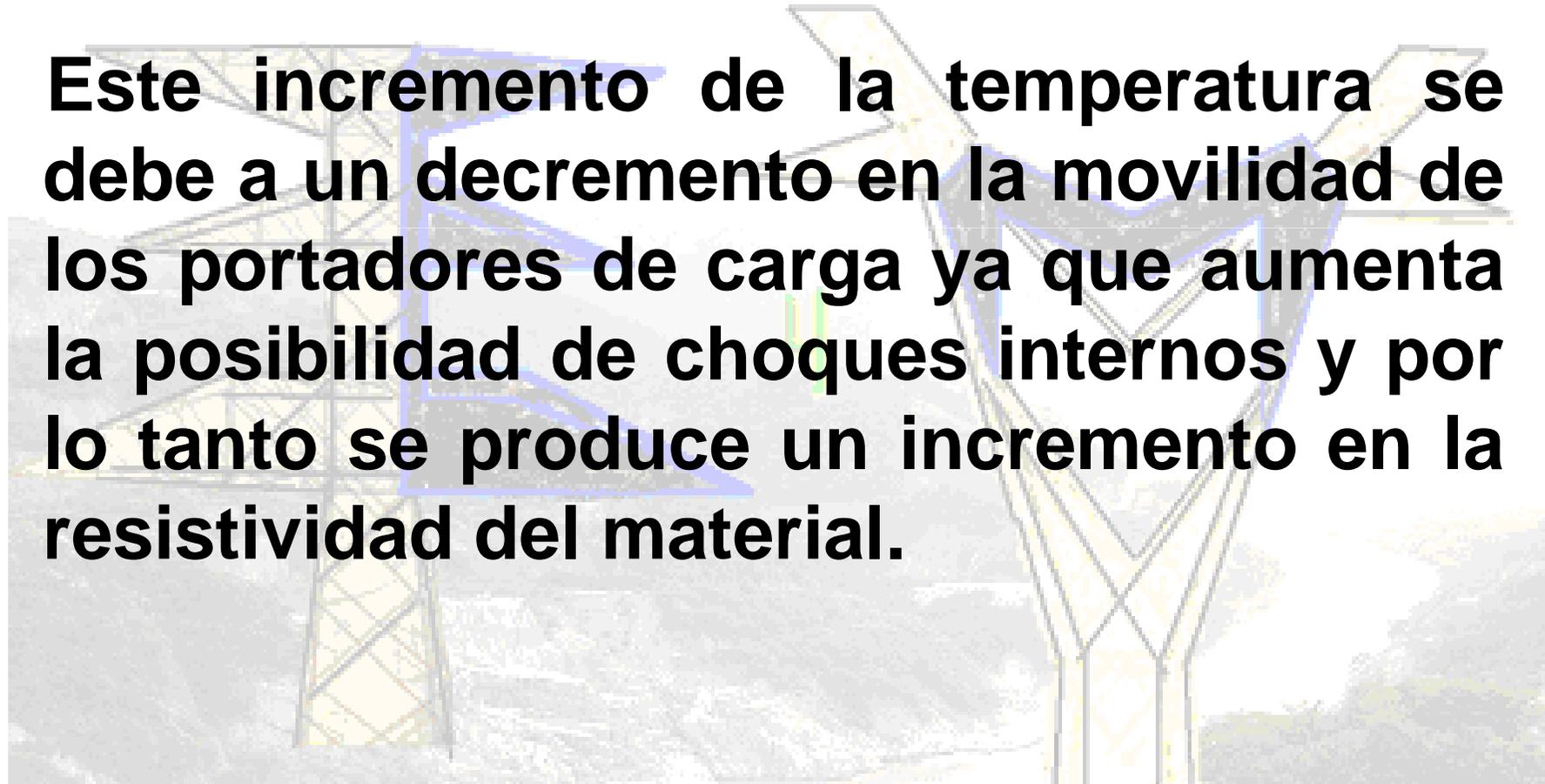
En las resistencias la energía en forma de calor se traduce en un incremento de temperatura desde el punto de vista macroscópico debido al incremento de energía cinética de las partículas que constituyen el material desde el punto de vista microscópico.



Efecto de la variación de la temperatura en las resistencias



Este incremento de la temperatura se debe a un decremento en la movilidad de los portadores de carga ya que aumenta la posibilidad de choques internos y por lo tanto se produce un incremento en la resistividad del material.





Efecto de la variación de la temperatura en las resistencias



Para temperaturas entre $-50[^\circ\text{C}]$ a $400[^\circ\text{C}]$ la función de resistividad tiene un comportamiento aproximadamente lineal definido por la siguiente expresión

$$\rho_f = \rho_i [1 + \alpha_i (T_f - T_i)]$$

Donde:

ρ_f es la resistividad después de incrementarse la temperatura

ρ_i es la resistividad ambiente o de referencia

α_i es el coeficiente de variación de la resistividad a una temperatura de referencia.

T_f y T_i son las temperaturas final e inicial respectivamente.



Efecto de la variación de la temperatura en las resistencias



- En la industria se considera como referencia la temperatura de 20 [°C] y los parámetros se indican a esa temperatura.
- En la siguiente tabla se muestra la resistividad y el coeficiente de variación de la resistividad de algunos metales



Efecto de la variación de la temperatura en las resistencias

Metal	Resistividad ρ a 20 [°C] [Ω m] x 10^{^-8}	Coefficiente α a 20[°C]°C⁻¹ x10^{^-3}
Plata (Ag)	1.63	3.9
Cobre (Cu)	1.72	3.9
Oro (Au)	2.22	3.8
Aluminio (Al)	2.83	4.1
Tungsteno (W)	5.5	4.6
Níquel (Ni)	7.7	6.5
Hierro (Fe)	9.8	6.3



Efecto de la variación de la temperatura en las resistencias



Como la relación de la resistividad y la resistencia es directamente proporcional para un cierto material con la misma área transversal y la misma longitud, entonces también se cumple:

$$R_f = R_1 [1 + \alpha_i (T_f - T_i)]$$



Bibliografía.

Gabriel A. Jaramillo Morales, Alfonso A.

Alvarado Castellanos.

Electricidad y magnetismo.

Ed. Trillas. México 2003

Sears, Zemansky, Young, Freedman

Física Universitaria

Ed. PEARSON. México 2005